**Vẻ đẹp của số dư**

*Sub 1:* Chạy thử tất cả các cặp chỉ số (i , j) và cập nhật kết quả lớn nhất.

Độ phức tạp : O(n2).

*Sub 2:*  Subtask này có một điều đặc biệt đó là Ai <= N mà Ai lại khác nhau vậy nên sau khi sắp xếp lại sẽ được dãy từ 1 đến N . Kết quả của subtask này sẽ là **N - N div 2 – 1**.

\*Chứng minh :

Ta chia dãy làm 2 phần , phần 1 từ phần tử 1 đến N div 2 , phần 2 từ N div 2 + 1 đến N .

Nếu ai trong biểu thức aj mod ai đạt giá trị lớn nhất mà nằm trong phần 2 :

- Ta có nhận xét như sau : Nếu a > b div 2 thì b mod a = b – a . Điều này rất dễ chứng minh.

Vậy nếu ai nằm trong phần 2 thì aj cũng nằm trong phần 2 . Vậy aj mod ai sẽ bằng aj – ai . Giá trị này lớn nhất khi aj = N. ai = N div 2 + 1. Vậy kết quả là **N – N div 2 – 1.**

Nếu ai nằm trong phần 1 : Vậy aj mod ai có thể đạt giá trị lớn nhất làai – 1 (số dư luôn nhỏ hơn số bị chia) hay là **N div 2 – 1** . Ta đi chứng minh giá trị này luôn <= kết quả bài toán .

Giả sử : N div 2 – 1 <= N – N div 2 – 1

⬄ N div 2 <= N – N div 2

⬄ 2 \* N div 2 <= N

⬄ N div 2 <= N / 2 (hiển nhiên) Vậy bài toán được chứng minh .

Độ phức tạp : O(n).

*Sub 3:*  Sort lại . Với mỗi vị trí i , ta lần lượt chặt nhị phân tìm số lớn nhất có trong dãy trong khoảng từ [ai , 2ai] ; [2ai , 3ai] , …. . Hiển nhiên chặt đến số cuối cùng là (an div ai + 1) \* ai.Với mỗi khoảng ta lại cập nhật kết quả . Cách này qua được subtask này do với mỗi lần chặt nhị phân ta mất khoảng log2(ai) \* (an div ai ). Trường hợp xấu nhất đó là có 105 phần tử khác nhau

Khi đó độ phức tạp lớn nhất sẽ là

O(105 \* log2(105) \* (106 div 1 + 106 div 2 + .. + 106 div 106) )

Biểu thức này luôn nhỏ hơn 105 \* log2(105) \* log2(106) ~ 3 \* 107 hoàn toàn ac được !!!